ЖУРНАЛ НАНО- ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ФІЗИКИ
Том **8** № 3, 03050(4сс) (2016)

JOURNAL OF NANO- AND ELECTRONIC PHYSICS
Vol. **8** No 3, 03050(4pp) (2016)

Спінові збудження у дисипативних феромагнітних нанооболонках

В.В. Куліш*

Національний технічний університет України «КПІ», просп. Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна

(Одержано 25.08.2016, опубліковано online 03.10.2016)

У роботі досліджуються дипольно-обмінні радіально-кутові спінові збудження у сферичній феромагнітній нанооболонці. Для таких збуджень знайдено диференційне рівняння для магнітного потенціалу з урахуванням магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії, ефектів анізотропії та дисипації. Рівняння розв'язане для трьох випадків – випадок тонкої оболонки, випадок коротких хвиль та випадок радіальних збуджень. Для кожного з цих випадків знайдено дисперсійне відношення та спектр можливих частот досліджуваних збуджень.

Ключові слова: Наномагнетизм, Спінове збудження, Феромагнітна нанооболонка, Дисипативні ефекти, Дипольно-обмінна теорія.

DOI: 10.21272/jnep.8(3).03050 PACS numbers: 75.75.Jn, 75.30.Ds, 75.90. + w

1. ВСТУП

Наномагнетизм є актуальною та популярною темою досліджень протягом останніх десятиріч. Зокрема, перспективними для технічних застосувань є спінові збудження у нанорозмірних системах. Основні перспективи таких технічних застосувань пов'язані з з можливістю передачі та обробки інформації на мікро- та наномасштабах [1-3].

Як відомо, властивості наносистем (в тому числі магнітні) залежать суттєво від їх конфігурації (див., наприклад, [4, 5]. Тому такі властивості – в тому числі спін-хвильові – досліджуються для різних конфігурацій наносистем окремо. Синтезовані в середині 2000-х були отримані нанооболонки з магнітним покриттям та порожні магнітні нанооболонки [6-8]. є перспективними для створення нових приладів запису даних [8], для хімічних застосувань [8], у медицині [7, 8] та ін. У таких наночастинках, очевидно, можуть бути збуджені стоячі спінові хвилі; проте, такі спінові збудження на даний момент залишаються недослідженими, що робить таку тему дослідження актуальною.

В залежності від частоти спінової хвилі, розмірів, форми, матеріалу наносистеми та інших факторів ефекти, пов'язані з дисипацією енергії, можуть як суттєво впливати на картину спінових хвиль у системі, так і бути нехтовно малими, див., наприклад, [9]. Тому при дослідженні спінових хвиль у магнітновпорядкованих наносистемах, взагалі, необхідно враховувати дисипативні ефекти.

В даній роботі досліджуються спінові збудження у симетричній сферичній нанооболонці з немагнітним ядром та оболонкою з одноосьового феромагнетику. Для таких збуджень буде знайдено диференційне рівняння для магнітного потенціалу дипольно-обмінних спінових збуджень типу «стоячі хвилі» з урахуванням магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії, ефектів анізотропії та дисипації. Рівняння буде розв'язане для трьох випадків: випадок тонкої оболонки, випадок коротких хвиль та випадок радіальних коливань; буде знайдено дисперсійне відношення для таких збуджень, а також спектр їх можливих частот.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо симетричну сферичну нанооболонку з внутрішнім радіусом a та зовнішнім b, серцевина якої є немагнітною, а оболонка складається з феромагнетику. Нехай феромагнетик, з якого складається оболонка, є одноосьовим і має локально тип «легка вісь», причому рівноважна намагніченість $\vec{M}_0$ спрямована радіально та є постійною за модулем у всьому об'ємі оболонки. Параметри феромагнетику позначимо наступним чином: константа одноосьової анізотропії β, константа обмінної енергії α, гіромагнітне відношення γ. Для врахування дисипації введемо дисипаційний доданок у формі Гілберта; параметр дисипації позначимо α_G.

Нехай у описаній вище феромагнітній оболонці розповсюджуються у радіальних та азімутально-кутових напрямках спінові збудження у формі стоячих хвиль з малими збуреннями густини магнітного моменту та, відповідно, внутрішнього магнітного поля $\vec{H}^{(i)}$. Таким чином, для збурення $\vec{m}$ намагніченості $\vec{M}$ виконується $|\vec{m}| << |\vec{M}_0|$, для збурення $\vec{h}$ магнітного поля – $|\vec{h}| << |\vec{H}_0^{(i)}|$, де $\vec{H}_0^{(i)}$ – рівноважне значення внутрішнього магнітного поля (лінійні спінові збудження).

Задача роботи полягає у знаходженні дисперсійного відношення та спектру можливих частот описаних вище спінових збуджень.

3. РІВНЯННЯ ДЛЯ МАГНІТНОГО ПОТЕНЦІАЛУ ТА ЙОГО РОЗВ'ЯЗОК

Введемо сферичну систему координат (r, θ, φ), що відповідає симетрії системи. Згідно обраній моделі рівноважна намагніченість $\vec{M}_0$ спрямована всюди уздовж радіального орту $\vec{e}_r$, напрям якого співпадає

* kulish_volv@ukr.net

напрямком осі анізотропії системи та (за відсутності зовнішнього поля) з напрямком $\vec{H}_0^{(i)}$. Оскільки нанооболонка, що розглядається, є нанорозмірною, при розгляді спінових коливань ми маємо врахувати як магнітну диполь-дипольну, так і обмінну взаємодію.

Запишемо лінеаризоване рівняння Ландау-Ліфшиця для описаних вище спінових збуджень з урахуванням анізотропії (див., наприклад, [10]). Крім того, оскільки досліджувані спінові збудження не є однорідними коливаннями, а є просторово-залежними, для їх опису потрібно ще одне співвідношення між намагніченістю та магнітними полем. В якості такого співвідношення запишемо рівняння Максвелла $div\vec{H}^{(i)} = -4\pi div\vec{M}$, скориставшись магнітостатичним наближенням (див., наприклад, [10]) та ввівши потенціал Φ збурення магнітного поля, так що $\vec{h} = -\nabla\Phi$. Тоді для періодичних за часом спінових збуджень $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}_0(\vec{r})\exp(i\omega t)$, $\vec{h}(\vec{r},t) = \vec{h}_0(\vec{r})\exp(i\omega t)$, $\vec{h}_0 = -\nabla\Phi_0$ ($\Phi = \Phi_0\exp(i\omega t)$), де ω – частота збудження, повна система рівнянь для намагніченості та магнітного потенціалу запишеться

$$\begin{cases} i\omega\vec{m}_0 = \gamma\left(M_0\vec{e}_r \times \left(-\nabla\Phi_0 + \alpha\sum_i \frac{\partial^2\vec{m}_0}{\partial x_i^2} - \left(\beta + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\vec{m}_0\right)\right) \\ \Delta\Phi_0 = 4\pi div\vec{m}_0 \end{cases}. \quad (1)$$

Виключаючи після ряду перетворень амплітуду збурення намагніченості з цієї системи, отримуємо наступне рівняння для амплітуди потенціалу:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} - \alpha\Delta\right)\left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} + 4\pi - \alpha\Delta\right)\right)\times \\ &\times\Delta\Phi_0 + 4\pi\left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} - \alpha\Delta\right)\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right) = 0 \end{aligned}, \quad (2)$$

тут $\tilde{\beta} = \beta + H_0^{(i)}/M_0$.

По аналогії з дослідженням спінових хвиль у циліндричній нанотрубці [11,12] будемо шукати розв'язок рівняння (2) у вигляді лінійної комбінації функцій, що відповідають симетрії системи – в даному випадку сферичних:

$$\Phi_0(r,\theta,\phi) = \left(A_1 j_l(kr) + A_2 n_l(kr)\right)Y_{lm}(\theta,\phi), \quad (3)$$

тут j_l, n_l – сферичні функції Бесселя та Неймана порядку l, відповідно, Y_{lm} – сферичні поліноми, k – радіальне хвильове число, A_1, A_2 – константи. При підстановці такого розв'язку у (2) ми отримаємо

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} + \alpha k^2\right)\left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} + 4\pi + \alpha k^2\right)\right)\times \\ &\times k^2 + 4\pi\left(\tilde{\beta} - i\frac{\alpha_G\omega}{\gamma M_0} + \alpha k^2\right)\left(\frac{l(l+1)}{r^2} - k^2\right) = 0 \end{aligned}. \quad (4)$$

Це рівняння містить змінний доданок $l(l+1)/r^2$, що залежить від r та не є константою. Отже, воно не є дисперсійним рівнянням для спінових збуджень. Проте, рівняння (4) можна вважати наближеним дисперсійним рівнянням, а потенціал вигляду (3) – наближеним розв'язком (2) за умов, коли доданок $l(l+1)/r^2$ можна вважати на інтервалі $[a,b]$ наближено постійним, так що $l(l+1)/a^2 - l(l+1)/b^2 << l(l+1)/b^2$ (звідки отримуємо $(b^2-a^2)/a^2 << 1$: умова тонкості оболонки) або нехтовно малим (порівняно з доданком $-k^2$), так що $l(l+1)/r^2 \le l(l+1)/a^2 << k^2$, звідки для l>>1 отримуємо ka>>l: умова короткохвильових збуджень (k>>l/a). Знехтувати цим доданком можливо також у випадку, коли коливання є чисто радіальними: l=0. Проаналізуємо рівняння (2) з потенціалом вигляду (3) для кожного з цих випадків.

4. ВИПАДОК ТОНКОЇ ОБОЛОНКИ

4.1 Дисперсійне відношення

Проаналізуємо спочатку рівняння (2) з потенціалом вигляду (3), вважаючи оболонку тонкою, так що $(b^2-a^2)/a^2 << 1$, $l(l+1)/r^2 \approx const$. Вводячи величину $r_0 = \sqrt{(b^2+a^2)/2}$, отримуємо з (4) дисперсійне рівняння для досліджуваних спінових збуджень, з якого за умови додатної дійсної частини частоти Reω>0 можливо отримати дисперсійне відношення у наступному вигляді:

$$\omega = \frac{|\gamma|M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\sqrt{\frac{1+\alpha_G^2}{k^2}\left(\alpha^2k^6 + 2\alpha\tilde{\beta}k^4 + \left(\tilde{\beta}^2 + 4\pi\frac{l(l+1)}{r_0^2}\alpha\right)k^2 + 4\pi\tilde{\beta}\frac{l(l+1)}{r_0^2}\right) - \alpha_G^2\left(\frac{K}{k}\right)^4} - i\alpha_G\left(\frac{K}{k}\right)^2\right). \quad (5)$$

Проаналізуємо можливі значення частоти досліджуваних спінових коливань, включаючи нульову моду ($k = 0$).

4.2 Аналіз можливих мод та спектр частот

Зважаючи на те, що довжина спінової хвилі має бути більше або порядку за довжину обмінної взаємодії, яка складає порядку кількох нанометрів для типових феромагнетиків, для нанооболонок типових товщин (кілька нанометрів) за умови $(b^2-a^2)/a^2 << 1$ можливе збудження тільки першої ($k \approx 2\pi/(b-a)$) та нульової ($k = 0$) радіальної моди. Перша радіальна мода описується отриманим вище дисперсійним відношенням (5), так що її частота

$$\omega_1 = \omega_1(l) \approx \frac{|\gamma|M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\sqrt{\left(1+\alpha_G^2\right)\left(\alpha^2\left(\frac{2\pi}{b-a}\right)^4 + 2\alpha\tilde{\beta}\left(\frac{2\pi}{b-a}\right)^2 + \left(\tilde{\beta}^2 + 4\pi\frac{l(l+1)}{r_0^2}\alpha\right) + 4\pi\tilde{\beta}\frac{l(l+1)}{r_0^2}\left(\frac{b-a}{2\pi}\right)^2\right) - \alpha_G^2K_1^4} - i\alpha_G K_1^2\right), \quad (6)$$

причому для даної моди

$$K_1^2 = \left(\frac{K}{k}\right)^2 = \alpha\left(\frac{2\pi}{b-a}\right)^2 + \tilde{\beta} + 2\pi\frac{l(l+1)}{r_0^2}\left(\frac{b-a}{2\pi}\right)^2. \quad (7)$$

Для нульової радіальної моди ($k \to 0$, радіальною залежністю магнітного потенціалу можна знехтувати) рівняння (2) потребує окремого розв'язку. Підставляючи $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \Phi_0}{\partial r}\right) = 0$ та перетворюючи рівняння (2), для розв'язку вигляду (3) та для додатної дійсної частини частоти $\mathrm{Re}\omega > 0$ отримуємо

$$\omega_0 = \omega_0(l) = \frac{|\gamma| M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\sqrt{\left(\tilde{\beta}(\tilde{\beta}+4\pi) - \frac{4\alpha}{r_0^2}(\tilde{\beta}+2\pi) + \frac{24\alpha^2}{r_0^4}\right)\times} \right. \quad (8)$$
$$\left. \overline{\times(1+\alpha_G^2) - \alpha_G^2 K_0^4} - i\alpha_G K_0^2 \right)$$

тут $K_0{}^2 = (\tilde{\beta}+2\pi) - \alpha(2 - l(l+1))/r_0^2$.

Зауважимо, що квантове число l також обмежене з аналогічних причин: оскільки максимальна азимутальна довжина хвилі має порядок $2\pi r_0 / l$, а середній радіус типової нанооболонки складає кілька десятків нанометрів, квантове число $l \le l_{\max} \sim 2\pi r_0 / l_{ex} \sim 10$ для типових оболонок.

Отже, спектр можливих частот досліджуваних спінових коливань для тонких нанооболонок типових товщин описується виразами (6) та (8) з указаним вище обмеженням на квантове число l.

5. ВИПАДОК ВЕЛИКОЇ ОБОЛОНКИ (КОРОТКОХВИЛЬОВЕ НАБЛИЖЕННЯ)

5.1 Дисперсійне відношення

Проаналізуємо тепер випадок, коли нанооболонка, є великою порівняно з довжиною хвилі спінового збудження – або, відповідно, довжину хвилі малою порівняно з розмірами нанооболонки, так що $ka >> l$. Як показано вище, в цьому випадку всюди всередині оболонки можливо знехтувати змінним доданком $l(l+1)/r^2$ порівняно з k^2. Розв'язуючи отримане дисперсійне рівняння та обираючи такий корінь, для якого $\mathrm{Re}\omega > 0$, отримуємо шукане дисперсійне відношення у вигляді

$$\omega = \frac{|\gamma| M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\tilde{\beta} + \alpha k^2\right)(1 - i\alpha_G). \quad (9)$$

Як можна бачити, залежність части від хвильового числа в цьому випадку є квадратичною; крім того, воно є подібним до відомого дисперсійного рівняння для спінових хвиль у тонкому циліндричному нанодроті та тонкій плівці. Таким чином, отриманий розв'язок для короткохвильового наближення ефективно описує квазіодновимірні спінові коливання.

5.2 Аналіз можливих мод та спектр частот

Аналогічно до випадку тонкої оболонки проаналізуємо можливі моди спінових коливань та відповідний спектр частот спінових коливань для досліджуваного короткохвильового наближення.

З аналогічних міркувань у нанооболонках типових товщин можливо збудити тільки першу ($k \approx 2\pi/(b-a)$) та нульову ($k = 0$) радіальну моду. Проте, через умову $ka >> l$ розглядати нульову моду $k = 0$ в короткохвильовому наближенні не можна. Отже, в рамках досліджуваного наближення для нанооболонок типових товщин може бути збуджена тільки одна мода з частотою

$$\omega_1 \approx \frac{|\gamma| M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\tilde{\beta} + \alpha\left(\frac{2\pi}{b-a}\right)^2\right)(1 - i\alpha_G). \quad (10)$$

Як можна бачити, цей вираз не містить квантового числа l, отже, в даному випадку спектр коливань складається тільки з однієї можливої частоти.

6. ВИПАДОК РАДІАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Проаналізуємо тепер випадок, коли коливання є чисто радіальними: $l = 0$. В такому випадку змінний доданок $l(l+1)/r^2$ у рівнянні (2) обнуляється, і ми отримаємо дисперсійне рівняння, аналогічне до попереднього випадку. Відповідно, дисперсійне відношення також прийме аналогічний вигляд

$$\omega = \frac{|\gamma| M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\tilde{\beta} + \alpha k^2\right)(1 - i\alpha_G), \quad (11)$$

а характерний час згасання

$$\tau = \frac{2\pi(1+\alpha_G^2)}{|\gamma| M_0 \alpha_G (\tilde{\beta} + \alpha k^2)}. \quad (12)$$

При дослідженні спектру частот застосуємо ті ж міркування, що і в попередньому випадку (в цьому випадку ми також виключаємо випадок $k = 0$, але з інших міркувань: при $l = 0$, $k = 0$ коливання відсутні) Спектр коливань в цьому випадку буде також складатись тільки з однієї частоти

$$\omega_1 \approx \frac{|\gamma| M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\tilde{\beta} + \alpha\left(\frac{2\pi}{b-a}\right)^2\right)(1 - i\alpha_G), \quad (13)$$

яка чисельно співпадає з частотою коливань у короткохвильовому наближенні.

7. ЧИСЛОВІ ОЦІНКИ

Зробимо числові оцінки для частот спінової хвилі, вважаючи, що хвильове число обмежено, з одного боку, товщиною оболонки (порядку кількох нанометрів або десятків нанометрів для типових нанооболонок), з іншого боку, довжиною обмінної взаємодії (порядку кількох нанометрів для типових феромагнетиків). Таким чином, хвильове число k для типової нанооболонки має порядок 10^5-10^6 см$^{-1}$. Для типових феромагнетиків можна покласти $\beta \sim 1$, $\alpha \sim 10$-12 см$^{-2}$, $\gamma = 10^7$ Гц/Гс, $M_0 = 10^3$ Гс, так що частота ω для всіх трьох досліджуваних випадків має порядок 10^{10} Гц на всьому інтервалі хвильових чисел.

8. ВИСНОВКИ

Таким чином, в роботі досліджено радіально-кутові дипольно-обмінні спінові збудження типу «стоячі хвилі» у сферичній феромагнітній оболонці, у оточеній немагнітним матеріалом. Феромагнетик, з якого складається оболонка, є одноосьовим та має тип «легка вісь». Для таких спінових збуджень отримано рівняння для магнітного потенціалу у магнітостатичному наближенні з урахуванням анізотропії та ефектів, пов'язаних з дисипацією енергії. Рівняння розв'язане для трьох випадків – тонка оболонка (її товщина набагато менша за внутрішній радіус), короткі хвилі (довжина хвилі спінового збудження набагато менша за внутрішній радіус оболонки) та чисто радіальні коливання (кутові коливання відсутні); отримане дисперсійне відношення для кожного з цих випадків. Крім того, для кожного з вказаних випадків знайдено спектр можливих частот таких збуджень, включаючи спектр нульової моди (k=0) для випадку тонкої оболонки.

ПОДЯКА

Автор висловлює подяку доктору фізико-математичних наук, професору, член-кореспонденту АПН України Ю.І. Горобцю за увагу до роботи, плідну дискусію та цінні зауваження.

Спиновые возбуждения в диссипативных ферромагнитных нанооболочках

В.В. Кулиш

Национальний технический университет Украины «КПИ», просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

В работе исследуются дипольно-обменные радиально-угловые спиновые возбуждения в сферической ферромагнитной нанооболочке. Для таких возбуждений найдено дифференциальное уравнение для магнитного потенциала с учетом магнитного диполь-дипольного взаимодействия, обменного взаимодействия, эффектов анизотропии и диссипации. Уравнения решено для трех случаев – случай тонкой оболочки, случай коротких волн и случай радиальных возбуждений. Для каждого из этих случаев найдено дисперсионное отношение и спектр возможных частот исследуемых возбуждений.

Ключевые слова: Наномагнетизм, Спиновое возбуждение, Ферромагнитная нанооболочка, Диссипативные эффекты, Дипольно-обменная теория.

Spin Excitations in Dissipative Ferromagnetic Nanoshells

V.V. Kulish

National Technical University of Ukraine "KPI", 37, Peremogy prosp., 03056 Kyiv, Ukraine

In the paper, dipole-exchange radial-angular spin excitations in a spherical ferromagnetic nanoshell are investigated. For such excitations, a differential equation for the magnetic potential is found, with account for the magnetic dipole-dipole interaction, the exchange interaction, the anisotropy effects and the dissipation. The equation is solved for the three cases – the case of a thin shell, the case of short waves and the case of radial excitations. For each of these cases, the dispersion relation and the spectrum of possible excitation frequencies are found.

Keywords: Nanomagnetism, Spin excitation, Ferromagnetic nanoshell, Dissipative effects, Dipole-exchange theory.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, D. Grundler, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
2. C. Chappert, A. Fert, F.N. Van Dau, *Nat. Mater.* **6**, 813 (2007).
3. T. Schneider, A.A. Serga, B. Leven, B. Hillebrands, R.L. Stamps, M.P. Kostylev, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 022505 (2008).
4. R.H. Kodama. *J. Magn. Magn. Mater.* **200**, 359 (1999).
5. F. Bødker, S. Mørup, *Europhys. Lett.* **52**, 217 (2000).
6. C.G. Hu, Y. Li, J.P. Liu, Y.Y. Zhang, G. Bao, B. Buchine, Z.L. Wang, *Chem. Phys. Lett.* **428**, 343 (2006).
7. J. Kim, S. Park, J.E. Lee, S.M. Jin, J.H. Lee, I.S. Lee, I. Yang, J.-S. Kim, S.K. Kim, M.-H. Cho, T. Hyeon, *Angewandte Chemie International Edition* **45**, 7754 (2006).
8. M. Sanles-Sobrido, M. Bañobre-López, V. Salgueiriño, M.A. Correa-Duarte, B. Rodríguez-González, J. Rivas, L.M. Liz-Marzán, *J. Mater. Chem.* **20**, 7360 (2010).
9. C. Wu, *Spin Wave Resonance and Relaxation in Microwave Magnetic Multilayer Structures and Devices* (Thesis of Disser. for Ph.D., New York, USA, 2008).
10. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны* (М.: Наука: 1967) (A.I. Akhiyezer, V.G. Bar'yakhtar, S.V. Peletminskiy, *Spinovyye volny* (M.: Nauka: 1967)).
11. Ю.І. Горобець, В.В. Куліш, *Укр. фіз. журн.* **59**, 541 (2014) (Yu.I. Horobets, V.V. Kulish, *Ukr. Phys. J.* **59**, 541 (2014)).
12. Y.I. Gorobets, V.V. Kulish, *Functional Mater.* **20**, 516 (2013).